

Temat lekcji

Ile cyfr...? - Szacowanie wielkości błędu. Jaki błąd uzyskamy przyjmując różne przybliżenia liczby Pi?

Poziom

2-3 LO

Odniesienie do Podstawy Programowej

Wymagania ogólne:

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

Umiejętności konieczne do realizacji tematu

- Znajomość wzoru na długość okręgu.
- Umiejętność posługiwania się arkuszem kalkulacyjnym.

Cele lekcji

- Kształtowanie umiejętności obliczania i szacowania.
- Rozwijanie umiejętności operowania i interpretowania pojęć matematycznych.
- Wnioskowania na podstawie uzyskanych wyników.

Wykorzystywane funkcje kalkulatora

- Arkusz kalkulacyjny

Dodatkowe pomoce i materiały

1. Wydruk lub wyświetlony plik "Ciekawostki np.. Milion cyfr po przecinku rozwinięcia liczby Pi." <http://www2.im.uj.edu.pl/JerzySzczepanski/matematyczneczwartki/pi.pdf>
2. Załącznik: Karta pracy 1
3. Załącznik: Karta pracy 2 – wprowadzenie do używania arkusza kalkulacyjnego na kalkulatorze.

Przebieg lekcji

1. Wstęp. Przypomnienie podstawowych wiadomości. Wprowadzenie do zagadnienia.
 - a. Co to jest liczba Pi?
 - b. Własności liczby Pi jako liczby niewymiernej.
 - c. Analiza rozwinięcia liczby Pi. Można sprawdzić, ile razy w pierwszym milionie cyfr rozwinięcia liczby Pi występuje dana kombinacja cyfr np.. Dzień i miesiąc urodzin kolejnych uczniów.
 - d. Historię różnych przybliżeń liczby Pi. Wystarczająca wiedza dotycząca przybliżeń jest powszechnie dostępna. Można posłużyć się popularnymi stronami np.:
<https://pl.wikipedia.org/wiki/Pi>; <http://www.math.edu.pl/liczba-pi> ...
2. Porównanie różnych przybliżeń liczby Pi. Są one przytoczone we wstępie do Karty Pracy 1
3. Szacowanie błędu powstałego z różnych przybliżeń liczby Pi – omówienie i realizacja Karty pracy nr 1.

Załącznik 1: Karta pracy

Pi jest liczbą niewymierną. Oznacza to, że jest to liczba mająca rozwinięcie dziesiętne nieskończone i nieokresowe

Nie można zapisać dokładnego rozwinięcia dziesiętnego, więc w obliczeniach stosowano różne przybliżenia tej liczby:

- Babilończycy uważali, że obwód koła i obwód sześciokąta wpisanego w to koło niewiele się różnią i przyjmowali, że $\pi = 3$.
- Jedno ze źródeł babilońskich podaje inne przybliżenie $\pi = 3\frac{1}{8} = 3,125$.
- W egipskim "papiusie Rhinda" użyto przybliżenia: $\pi = \frac{4^4}{3^4} = \frac{256}{81} = 3,160493827160494 \dots$
- Archimedes prowadząc obliczenia prowadzące do wyznaczenia liczby π wielokątami foremnymi wpisanymi i opisanymi na okręgu podał przybliżenia:
 - $\pi = 3\frac{10}{71} = 3,140845070422535$ (ograniczenie z dołu)
 - $\pi = \frac{22}{7} = 3,142857142857143$ (ograniczenie z góry)
- Zwykle do obliczeń podczas lekcji matematyki stosuje się przybliżenie liczby π wynoszące 3,14.

Zadanie 1

Przyjmując promień równikowy Ziemi (promień mierzony od środka ziemi do równika) 6400 km (6378,137 km), oblicz długość równika. Zbadaj jaką różnicę wyników uzyskasz posługując się historycznymi przybliżeniami liczby π . Do porównania użyj arkusza kalkulacyjnego.

Zadanie 2

Wykorzystując arkusz i obliczenia z poprzedniego zadania oblicz, jaką częścią obwodu stanowią otrzymane różnice. Otrzymane wyniki przedstaw w postaci procentach.

Zadanie 3

Jaką długość powinien mieć promień koła, aby różnice między otrzymanymi wartościami były mniejsze niż 1 km?